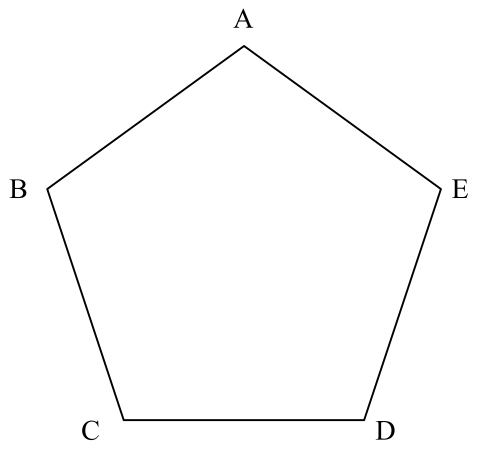
例題 44



初めの A の位置を 0, 2 頂点間の反時計回りの移動を $+1$, 時計回りの移動を -1 とすると，
A, B, C, D, E の位置は，一般角表示 $\theta+2n\pi$ のようにして，
それぞれ $5k,\ 1+5k,\ 2+5k,\ -2+5k,\ -1+5k$ と表せる。
また，2 頂点間の反時計回りの移動回数を x ，時計回りの移動回数を y とすると，
試行回数は $x+y$ ，位置は $x-y$ となる。

（ i ）

試行回数が 3 だから $x+y=3$

E の位置は，$-1+5k$ だから，$x-y=-1+5k$

よって，$\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=-1+5k \end{cases}$ より，$x=\dfrac{2+5k}{2},\ y=\dfrac{4-5k}{2}$

これと x, y が 0 以上の整数であることから，$k=0$ より，$x=1,\ y=2$

したがって，$+1$ が 1 回，-1 が 2 回であればよい。

$+1$ が 1 個，-1 が 2 個の順列は $\dfrac{3!}{2!}$ だから，確率は $\dfrac{3!}{2!}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{3}{8}$　・・・(答)

または，${}_3\mathrm{C}_1\left(\dfrac{1}{2}\right)^1\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{3}{8}$　・・・(答)

（ ⅱ ）

試行回数が 4 だから，$x+y=4$

B の位置は $x-y=1+5k$

よって，$\begin{cases} x+y=4 \\ x-y=1+5k \end{cases}$ より，$x=\dfrac{5+5k}{2},\ y=\dfrac{3-5k}{2}$

これと x, y が 0 以上の整数であることから，$k=-1$ より，$x=0,\ y=4$

ゆえに，確率は $\left(\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{1}{16}$　・・・(答)

（ⅲ）

試行回数が 4 だから， $x+y=4$

A の位置は $x-y=5k$

よって， $\begin{cases} x+y=4 \\ x-y=5k \end{cases}$ より， $x=\dfrac{4+5k}{2},\ y=\dfrac{4-5k}{2}$

これと x, y が 0 以上の整数であることから， $k=0$ より， $x=2,\ y=2$

よって，確率は $\dfrac{4!}{2!\cdot 2!}\left(\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{3}{8}$ ・・・(答)

または， ${}_4\mathrm{C}_2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{3}{8}$ ・・・(答)

（ⅳ）

試行回数が 8 だから， $x+y=8$

A の位置は $x-y=5k$

よって， $\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=5k \end{cases}$ より， $x=\dfrac{8+5k}{2},\ y=\dfrac{8-5k}{2}$

これと $x,\ y$ が 0 以上の整数であることから， $k=0$ より， $x=4,\ y=4$

よって，求める確率は $\dfrac{8!}{4!\cdot 4!}\left(\dfrac{1}{2}\right)^8=\dfrac{35}{128}$ ・・・(答)

または， ${}_8\mathrm{C}_4\left(\dfrac{1}{2}\right)^4\left(\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{35}{125}$ ・・・(答)